Journal de Théorie des Nombres de Bordeaux

anciennement Séminaire de Théorie des Nombres de Bordeaux

Jean-Claude DOUAI

Sur la 2-cohomologie non abélienne des modèles réguliers des anneaux locaux henséliens

Tome 21, n^o 1 (2009), p. 119-129.

<http://jtnb.cedram.org/item?id=JTNB_2009__21_1_119_0>

Journal de Théorie des Nombres de Bordeaux **21** (2009), 119-129

Sur la 2-cohomologie non abélienne des modèles réguliers des anneaux locaux henséliens

par Jean-Claude DOUAI

Résumé. Soit A un anneau Notherien, local, Henselien, excellent, de corps résiduel k, k étant ou algébriquement clos de caractéristique 0 ou un corps fini, $X \to Spec\ A$ un morphisme propre dont la fibre spéciale $X_0 \to Spec\ A$ est de dimension au plus 1. Dans ce papier, nous complètons les résultats de [1] en montrant que si X est régulier et si L est un X_{et}-lien localement représentable par un groupe semi-simple simplement connexe, alors toutes les classes de $H^2(X_{et}, L)$ sont neutres. Prenant pour X un modèle régulier de A, nous montrons que toutes les classes de $H^2(K, L)$, $K = Frac(A)$, sont neutres si $\dim(A) = 2$ et k algébriquement clos de caractéristique 0. Ceci redonne certains résultats de [2].

Abstract. Let A be a Notherian, local, Henselien, excellent domain with algbraically closed residue field of caracteristic 0 or finite k, $K = Frac(A)$, $X \to Spec\ A$ a proper morphism with special fiber $X_0 \to Spec\ k$ of dimension at most one. Here we complete the results of [1] showing that if X is regular and if L is a X_{et}-lien that is locally representable by a simply connected semi-simple group, then all classes of $H^2(X_{et}, L)$ are neutral. Taking for X a regular model of A, we show that all classes of $H^2(K, L)$ are neutral if $\dim(A) = 2$ and if k is algebraically closed of caracteristic 0. We find again some results of [2].

Introduction

Soit A un anneau noethérien, local, hensélien, excellent, de corps résiduel k. Supposons k algébriquement clos de caractéristique 0 ou k fini. Soit $\pi : X \to Spec\ A$ un morphisme propre dont la fibre spéciale $X_0 \to Spec\ k$ est de dimension au plus un. Colliot-Thélène, Ojanguren et Parimala ont montré que, si X était régulier, alors $Br(X) = Br(X_0) = 0$. Ils ont aussi établi la nullité du $H^1(K, \tilde{G})$ où $K = Frac(A)$, quand $\dim A = 2$ et k est algébriquement clos de caractéristique 0, $\tilde{G}$ désignant un K-groupe linéaire semi-simple simplement connexe. Dans le même esprit, nous montrons que toutes les classes de $H^2_{et}(X, L)$ sont neutres pour tout X_{et}-lien L localement représentable par un X-schéma en groupes semi-simples simplement connexes $\tilde{G}$. En appliquant ce résultat à un modèle régulier X de A et, en combinant avec un résultat de [3], on en déduit que toutes les classes de $H^2(K,L)$ sont aussi neutres quand $\dim A = 2$ et k algébriquement clos, de caractéristique $0.K$ est alors un corps de type (ll) au sens de [2] et ceci redonne certains résultats de Colliot-Thélène, Gilles, Parimala tels que, par exemple, la surjectivité du cobord $H^1(K,G) \overset{\delta^1}{\to} H^2(K,\mu)$ pour G semi-simple et μ le noyau du revêtement universel de G. Ces derniers imposent toujours la condition « l'indice d'une K-algèbre simple centrale quelconque est égal à son exposant ». Notre résultat local de [3] donne automatiquement cette égalité quand on travaille sur les corps de type (sl) au sens de [2] (cf. aussi le théorème 1.5 de [2]) et, de là par globalistion, sur les corps de type de type (ll) (cf. aussi le théorème 1.3 de [2]).

Je tiens à remercier le referee pour son aide et ses corrections.

Dans toute la suite, nous supposerons A noethérien.

§ I.

Proposition 1.1. *Soient A un anneau local hensélien, k son corps résiduel, $\pi : X \to Spec\ A$ un morphisme propre, $X_0 \to Spec\ k$ la fibre de π au-dessus du point fermé. Soit L un lien localement (pour la topologie étale) représentable par un X-groupe semi-simple G. [On sait qu'alors L est représentable par un X-groupe G_L de même type que G (cf. par ex. la prop. 1.1 de [4] – G_L peut même être pris quasi-déployé)]. Alors, désignant par $Z(G_L)$ le centre de G_L (resp. par $Z(L)$ le centre de L), l'indice 0 indiquant la restriction à X_0,*

$$H^2_{et}(X, Z(L)) = H^2_{et}(X, Z(G_L)) \overset{\sim}{\to} H^2_{et}(X_0, Z(G_{L_0}))$$

et $H^2_{et}(X,L)$ est isomorphe à $H^2_{et}(X_0,L_0)$, cet isomorphisme d'ensembles étant compatible avec les actions simplement transitives respectives de $H^2_{et}(X,Z(G_L))$ et $H^2_{et}(X_0,Z(G_{L_0}))$.

Démonstration. $Z(G_L)$ est un X-faisceau en groupes finis et l'isomorphisme

$$H^2_{et}(X, Z(G_L)) \overset{\sim}{\to} H^2_{et}(X_0, Z(G_{L_0}))$$

résulte du théorème de changement de base propre (cf. par exemple [6] - VI - 2.7). Or, $H^2_{et}(X,Z(G_L))$ (resp. $H^2_{et}(X_0,Z(G_{L_0}))$ opère simplement transitivement sur $H^2_{et}(X,L)$ (resp. $H^2_{et}(X_0,L_0)$) (cf. le théor. 3.3.3 - Chap. IV de [6]). Compte tenu du fait que $H^2_{et}(X,L)$ (resp. $H^2_{et}(X_0,L)$) est pointé par la classe neutre unité $\varepsilon = [\mathrm{Tors}(X_{et}, G_L)]$ (resp. $\varepsilon_0 = [\mathrm{Tors}(X_{0,et}, G_{L_0})]$), on obtient alors le résultat. □

Conjecture 1.2. Sous les hypothèses de la prop. 1.1, il y a autant de classes dans $H^2_{et}(X,L)$ que dans $H^2_{et}(X_0,L_0)$. Il nous faut alors comparer les sous-ensembles des classes neutres de $H^2_{et}(X,G_L)$ et $H^2_{et}(X_0,G_{L_0})$: on peut conjecturer que l'image inverse par l'application

$$\begin{array}{ccc} H^2_{et}(X,L) & \longrightarrow & H^2_{et}(X_0,L_0) \\ \| & & \| \\ H^2_{et}(X,G_L) & & H^2_{et}(X_0,G_{L_0}) \end{array}$$

de l'ensemble des classes neutres de $H^2_{et}(X_0, L_0)$ est l'ensemble des classes neutres de $H^2_{et}(X, L)$ étendant ainsi le résultat du cor. 2.2.6 (ii) du chap. VII de [5] où le résultat est énoncé pour les liens ind-finis L. On sait seulement que l'application :

$$H^1_{et}(X,(G_L)_{ad}) \longrightarrow H^1_{et}(X_0,(G_{L_0})_{ad})$$

est injective (cf. cor.5.5-exposé XII, p.90, Lecture Notes n$^\circ$ 305).

Dans le théorème 1.3 suivant, nous montrons que, dans le cas où la fibre spéciale est de dimension au plus 1, k étant séparablement clos ou fini et $G = \tilde{G}$ semi-simpe simplement connexe, alors toutes les classes de $H^2_{et}(X, L)$ sont neutres, toutes les classes de $H^2_{et}(X_0, L_0)$ étant neutres, ce qui établit la conjecture 1.2 dans ce cas.

Théorème 1.3. *Soient A un anneau local hensélien et k son corps résiduel. Supposons k soit ou séparablement clos ou fini. Soit $\pi : X \to Spec\ A$ un morphisme propre dont la fibre spéciale $X_0 \to Spec\ k$ est de dimension au plus 1. Supposons X régulier. Soit $\tilde{G}$ un X-groupe semi-simple simplement connexe. Alors, pour tout X_{et}-lien L localement représentable par $\tilde{G}$, toutes les classes de $H^2_{et}(X, L)$ sont neutres.*

Démonstration. Le lien L est représentable par un X-groupe semi-simple, simplement connexe, quasi-déployé $\tilde{G}_L$: $\tilde{G}_L$ admet un X-couple de Killing $(\tilde{B}, \tilde{T})$ où $\tilde{T}$ est un X-tore induit (cf. la prop. 3.13 - exposé XXIV de S.G.A.D. [7]) :

$$\tilde{T} = \prod_{X'/X} G_{m_{X'}}\ ,$$

X' ouvert étale fini de X, $\prod\limits_{X'/X}$ désignant la restriction à la Weil de X' à X, d'où

$$H^2(X,\tilde{T}) = H^2_{et}(X,\tilde{T}) = H^2_{et}(X',G_m) = Br(X') = Br(X'_0) = 0$$

(cf. par ex. le corollaire 1.10 (b) et le corollaire 1.11 (b) de [1]). Donc $H^2(X, \tilde{T}) = 0$.

• Soit q une classe de $H^2_{et}(X,L)=H^2_{et}(X,\tilde{G}_L)$. Ecrivons q sous la forme $\alpha\cdot\varepsilon$ où $\alpha\in H^2(X,Z(\tilde{G}_L))$, $\varepsilon=$ classe « unité » [Tors $\tilde{G}_L$] de $H^2_{et}(X,\tilde{G}_L)$. La classe q est en relation avec α par

$$\begin{array}{ccc} H^2_{et}(X,Z(\tilde{G}_L)) & -\!\circ\!\!\rightarrow & H^2_{et}(X,\tilde{G}_L) \\ \alpha & -\!\circ\!\!\rightarrow & q\ . \end{array}$$

Mais q est aussi en relation avec l'image de α dans $H^2(X,\tilde{T})=0$ par la relation

$$H^2(X,\tilde{T}) -\!\circ\!\!\rightarrow H^2_{et}(X,\tilde{G}_L)$$

induite par $\tilde{T}\hookrightarrow\tilde{G}_L$ (cf. la déf. 3.1.4 - Chap. IV de [5] pour la relation $-\!\circ\!\!\rightarrow$) dans le diagramme suivant :

$$\begin{tikzcd} \alpha \arrow[rr, "\circ" description] & & q \\ H^2_{et}(X,Z(L)) \arrow[rr, "\circ" description] \arrow[dr] & & H^2_{et}(X,L)=H^2_{et}(X,\tilde{G}_L) \\ & H^2(X,\tilde{T})=0. \arrow[ur, "\circ" description] & \end{tikzcd}$$

• La classe q est donc nécessairement neutre, ce qui démontre le théorème. $\square$

Corollaire 1.4 (au théorème 1.3)**.**

$$H^2_{et}(X,L)=H^2_{et}(X,L)'\simeq H^2_{et}(X_0,L_0)'=H^2_{et}(X_0,L_0)$$

où le $'$ désigne le sous-ensemble des classes neutres de $H^2_{et}(X,L)$ (resp. $H^2_{et}(X_0,L_0)$).

§ II.

Dans cette deuxième partie, nous appliquerons les résultats du § I précédent au cas où A est un anneau local, hensélien, excellent, de dimension 2, de corps résiduel k algébriquement clos et de caractéristique 0. Selon Hironaka, Abhyankar et Lipman, il existe alors des modèles réguliers X de A i.e. des schémas réguliers X munis d'un morphisme projectif birationnel $X\to SpecA$. La fibre X_0 de $X\to Spec\ A$ en le point fermé de $Spec\ A$ est une variété projective de dimension au plus 1 sur k. La propriété que k est algébriquement clos de caractéristique 0 implique que $cd\cdot(K)$, où $K=Frac(A)$, est égal à 2 (si k était de caractéristique p, on aurait seulement $cd_l(K)=2$ pour $l\neq p$).

• Supposons donc que A est un anneau local, de dimension 2, hensélien, excellent, à corps résiduel k algébriquement clos, de caractéristique 0. Le corps $K=Frac(A)$ est un corps de type $(ll)=(local/local)$ comme défini dans [2]. Pour X un modèle projectif lisse de A, soient X^1 l'ensemble des points de codimension 1 de X et Ω_X l'ensemble des valuations discrètes v associées aux points $x \in X^1$. Soit Ω la réunion sur tous les modèles projectifs lisses X des Ω_X. Par le corollaire 1.10 de [1], $Br(X) = 0$. La nullité de $Br(X)$ implique la trivialité de $Br_{nr}(K)$ défini à la page 187 dans loc-citado où $Br_{nr}(K)$ désigne le groupe de Brauer non ramifié de K consistant de toutes les classes de $Br(K)$ qui sont non ramifiées en toute valuation discrète de K. La trivialité de $Br_{nr}(K)$ implique à son tour la trivialité du noyau de la fonction restriction diagonale des groupes de Brauer

$$Br(K) \longrightarrow \bigoplus_{v \in \Omega_X} Br(K_v)$$

et, a fortiori, du noyau de

$$Br(K) \longrightarrow \prod_{v \in \Omega} Br(K_v).$$

• On sait par [2] p. 293 que chaque K_v, pour $v \in \Omega$, est un corps de type $(sl) = (semi - local)$. En utilisant la théorie de Bruhat-Tits, il a été montré dans [3] Chap. VII - Théorème 3.1, p. 99 (cf aussi les corollaires 2.6 et 2.8 de [4]) que si $G = \tilde{G}$ est un groupe semi-simple simplement connexe défini sur un corps semi-local K_v, alors toutes les classes de $H^2(K_v, L)$, où L est un K_v-lien localement (pour la topologie étale) représentable par $\tilde{G}$, sont neutres. Ce résultat implique, en particulier, l'égalité entre l'indice et l'exposant pour les corps de type (sl), mentionnée dans l'introduction. Nous obtenons alors :

Théorème 2.1. *Soit A un anneau local, hensélien, excellent, de dimension 2, de corps résiduel k algébriquement clos de caractéristique 0, K son corps des fractions, L un K-lien localement (pour la topologie étale) représentable par un K-groupe semi-simple simplement connexe $\tilde{G} = \tilde{G}_L$. Alors toutes les classes de $H^2(K, L)$ sont neutres.*

Démonstration. Dans la démontration du théorème 1.3, nous avons considéré la relation

$$\begin{array}{ccc} H^2(X, \tilde{T}) = 0 & \multimap\!\!\!\longrightarrow & H^2_{et}(X, \tilde{G}_L) = H^2_{et}(X, L) \\ || & & \\ Br(X') & & \end{array}$$

où X' était défini par la condition $\tilde{T} \simeq \prod_{X'/X} G_{m_{X'}}$.

Par ce qui a été dit précédemment, la flèche

$$Br(K') \hookrightarrow \bigoplus_{v \in \Omega_{X'}} H^2(K'_v, G_m)$$

$$(K' = \text{corps des fonctions de } X')$$

est injective. Elle s'insère dans le diagramme suivant :

$$
\begin{tikzcd}
(\mathbf{D}_1): H^2(X,\tilde{T}) = Br(X') = 0 = Br_{nr}(K') \arrow[r] \arrow[d, "\circ"] & Br(K') \arrow[r, hook] \arrow[d, "\circ"] & \bigoplus_{v\in\Omega_{X'}} Br(K'_v) \arrow[d, "\circ"] \\
H^2_{et}(X,\tilde{G}_L) \arrow[r] \arrow[d, equal, "\leftarrow \text{th. } 1.3"] & H^2(K,\tilde{G}_L) \arrow[r] & \bigoplus_{v\in\Omega_X} H^2(K_v,\tilde{G}_L). \\
H^2_{et}(X,\tilde{G}_L)' & &
\end{tikzcd}
$$

• L'application

$$H^2(K, \tilde{G}_L) \to \bigoplus_{v \in \Omega_X} H^2(K_v, \tilde{G}_L)$$

est compatible avec les actions respectives de $H^2(K, Z(\tilde{G}_L))$ et $\bigoplus_{v\in\Omega_X} H^2(K_v, Z(\tilde{G}_L))$. L'injectivité de

$$Br(K') \hookrightarrow \bigoplus_{v \in \Omega_{X'}} Br(K'_v)$$

implique immédiatement l'injectivité de

$$H^2(K', \mu_n) \to \bigoplus_{v \in \Omega_{X'}} H^2(K'_v, \mu_n) \quad \forall n \geq 0,$$

puis celle de

$$H^2(K, Z(\tilde{G}_L)) \to \bigoplus_{v \in \Omega_X} H^2(K_v, Z(\tilde{G}_L)).$$

L'application

$$H^2(K, \tilde{G}_L) \to \oplus_{v\in\Omega_X} H^2(K_v, \tilde{G}_L)$$

dans le diagramme $(\mathbf{D}_1)$ est donc injective (comme application d'ensembles). En particulier, si une classe de $H^2(K, \tilde{G}_L)$ est envoyée sur la classe unité $\bigoplus\limits_{v\in\Omega_X} \epsilon_v = \bigoplus\limits_{v\in\Omega_X} [Tors(\tilde{G}_L)_v]$ de $\bigoplus\limits_{v\in\Omega_X} H^2(K_v, \tilde{G_L})$, alors elle coincide avec la classe unité $\epsilon = [Tors\ \tilde{G}_L]$.

Montrons maintenant que toutes les classes de $H^2(K, \tilde{G}_L)$ sont neutres. Nous en donnons deux démonstrations.

Considerons le diagramme suivant :

$$
\textbf{(D}_2\textbf{)}:\quad
\begin{tikzcd}
H^1(K,\tilde{G}_L) \arrow[r] \arrow[d] & H^1(K, Int.\tilde{G}_L) \arrow[r] \arrow[d, hook] & H^2(K, Z(\tilde{G}_L)) \arrow[r, "\circ" description] \arrow[d, hook] & H^2(K,\tilde{G}_L) \arrow[d, hook] \\
\bigoplus_{v\in\Omega_X} H^1(K_v,\tilde{G}_L) \arrow[r] & \bigoplus_{v\in\Omega_X} H^1(K_v, Int.\tilde{G}_L) \arrow[r, two heads] & \bigoplus_{v\in\Omega_X} H^2(K_v, Z(\tilde{G}_L)) \arrow[r, "\circ" description] & \bigoplus_{v\in\Omega_X} H^2(K_v,\tilde{G}_L) \arrow[d, equal] \\
 & & & \bigoplus_{v\in\Omega_X} H^2(K_v,\tilde{G}_L)'
\end{tikzcd}
$$

La deuxième flèche verticale est injective par le théorème 5.3 de [1] (propriété non indipensable dans la suite).

Dans le diagramme $(\mathbf{D}_2)$, toutes les classes de $\bigoplus_{v\in\Omega_X} H^2(K_v, Z(\tilde{G}_L))$ sont envoyées sur la classe unité $\bigoplus_{v\in\Omega_X} \epsilon_v$ de $\bigoplus_{v\in\Omega_X} H^2(K_v, \tilde{G}_L)$ par la relation $\multimapdotbothA$ dans la deuxième ligne. Du carré de droite dans le diagramme $(\mathbf{D}_2)$ résulte alors que toutes les classes de $H^2(K, Z(\tilde{G}_L))$ sont envoyées sur la classe $\epsilon = [Tors\ \tilde{G}_L]$ par la relation $\multimapdotbothA$ de la première ligne, d'où la surjectivité de l'application

$$H^1(K, Int.\tilde{G}_L) \twoheadrightarrow H^2(K, Z(\tilde{G}_L))$$

dans la suite exacte d'ensemble pointés

$$H^1(K, \tilde{G}_L) \longrightarrow H^1(K, Int.\tilde{G}_L) \twoheadrightarrow H^2(K, Z(\tilde{G}_L)) \longrightarrow 1$$

Comparant avec la suite exacte :

$$H^1(K, \tilde{G}_L) \longrightarrow H^1(K, Int.\tilde{G}_L) \twoheadrightarrow H^2(K, \tilde{G}_L)' \longrightarrow 1$$

de la proposition 3.2.6(iii)-Chap.IV de [5], on en déduit que $H^2(K, \tilde{G}_L) = H^2(K, \tilde{G}_L)'$,i.e que toute classe de $H^2(K, \tilde{G}_L)$ est neutre.

Plus rapidement, on peut dire que la classe 0 de $H^2(K_v, Z(\tilde{G}_L))$, pour $v \in \Omega_X$, est en relation avec toute classe de $H^2(K_v, \tilde{G}_L) = H^2(K_v, \tilde{G}_L)'$ (cf par ex. le corollaire 3.3.7 (i) Chap.IV de [5]). D'où la classe $(0, 0, \cdots)$ de $\bigoplus_v H^2(K_v, Z(\tilde{G}_L))$ est en relation avec toute classe de $\bigoplus_v H^2(K_v, \tilde{G}_L)$. Par le carré de droite du diagramme $(\mathbf{D}_2)$, la classe 0 de $H^2(K, Z(\tilde{G}_L))$ est donc en relation avec toute classe de $H^2(K, \tilde{G}_L)$, i.e toute $K-$gerbe à lien représentable par $\tilde{G}_L$ admet une section, i.e toutes les classes de $H^2(K, \tilde{G}_L)$ sont neutres. $\square$

Corollaire 2.2. *Toutes les classes de*

$$H^2_{et}(X, \tilde{G}_L)' = H^2_{et}(X, \tilde{G}_L)$$

sont envoyées sur la classe unité $[Tors\ \tilde{G}_L]$ *de* $H^2(K, \tilde{G}_L)$ *par l'application* $H^2_{et}(X, \tilde{G}_L) \to H^2(K, \tilde{G}_L)$.

• L'application $H^2_{et}(X, \tilde{G}_L) \to H^2(K, \tilde{G}_L)$ est compatible avec les actions de $H^2_{et}(X, Z(\tilde{G}_L))$ (resp. $H^2(K, Z(\tilde{G}_L))$) sur $H^2_{et}(X, \tilde{G}_L)$ (resp. $H^2(K, \tilde{G}_L)$). Supposons, pour simplifier, que $Z(\tilde{G}_L) = \mu_n$, $n \geq 0$. L'homomorphisme $H^2_{et}(X, \mu_n) \to H^2(K, \mu_n)$ se factorise par $Br(X)_n$ de la manière suivante :

$$
\begin{tikzcd}
Pic(X) \arrow[r, "\times n"] & Pic(X) \arrow[r] & H^2_{et}(X,\mu_n) \arrow[r] \arrow[d] \arrow[dr] & H^2_{et}(K,\mu_n) \arrow[r] \arrow[d, equal] & \bigoplus_{v\in\Omega_X} H^2(K_v,\mu_n) \\
 & & Br(X)_n = 0 \arrow[r] \arrow[d] & Br(K)_n & \\
 & & 0. & &
\end{tikzcd}
$$

Il est donc nul : dans le cas où $Z(\tilde{G}_L) = \mu_n$, toutes les classes de $H^2_{et}(X, \tilde{G}_L) = H^2(X, \tilde{G}_L)'$ sont envoyées sur la classe unité de $H^2(K, \tilde{G}_L)$. On se ramène ensuite au cas où $Z(\tilde{G}_L) = \mu_n$.

Corollaire 2.3. *Supposons que A et K sont comme dans le théorème 2.1. Si L est un K-lien localement (pour la topologie étale) représentable par un K-groupe semi-simple, toutes les classes de $H^2(K, L)$ sont neutres.*

En effet, L est représentable par un K-groupe semi-simple G_L. Soit $\tilde{G}_L$ un revêtement universel de G_L :

$$1 \to \mu \to \tilde{G}_L \to G_L \to 1.$$

Comme K est de dimension cohomologique 2, l'application

$$H^2(K, \tilde{G}_L) \to H^2(K, G_L)$$

est surjective. Toutes les classes de $H^2(K, G_L)$ sont donc neutres. c.q.f.d.

Le corollaire 2.3 précédent redonne en particulier la proposition 5.3 de [2] pour les corps de type (ll).

Bibliographie

[1] J.L. Colliot-Thélène, M. Ojanguren and R. Parimala, *Quadratic forms over fraction fields of two-dimensional Henselian rings and Brauer groups of related schemes.* In Algebra, Arithmetic and Geometry, I, II (Mumbai, 2000), Tata Inst. Fund. Res. Stud. Math. **16** (2002), 185–217. MR 1940669.

[2] J.L. Colliot-Thélène, P. Gille and R. Parimala, *Arithmetic of linear algebraic groups over 2-dimensional geometric fields.* Duke Math. J. **121** (2004), 285–341.

[3] J.C. Douai, *2-cohomologie galoisienne des groupes semi-simples.* Thèse d'Etat, Université de Lille 1, Lille, France, 1976.

[4] J.C. Douai, *Sur la 2-cohomologie galoisienne de la composante résiduellement neutre des groupes réductifs connexes définis sur les corps locaux.* C.R. Acad. Sci. Paris, Série I **342** (2006), 813–818.

[5] J. Giraud, *Cohomologie non abélienne.* Grundlheren Math. Wiss. vol. **179**, Springer-Verlag, 1971.

[6] J.S. Milne, *Etale cohomology.* Princeton Mathematical Series, vol. **33**, Princeton University Press, Princeton, 1980.

[7] S.G.A.D., *Séminaire de géométrie algébrique 1963-1964.* Lecture Notes in Math., 151–153, Springer, 1970.

Jean-Claude Douai
Laboratoire Painlevé
U.M.R 8524
Université des sciences et technologies de Lille 1
59655 Villeneuve d'ascq cedex France
E-mail: douai@math.univ-lille1.fr